

Demostración.

Muestre que si A es simétrica, entonces $\text{adj}(A)$ es simétrica.

Definición 1. Una matriz $A = [a_{ij}]$ es **simétrica** si $A^t = A$

1. $A = A^t$

Nota 2. Por definición de simétrica

2. $A^{-1}A = A^{-1}A^t$

Nota 3. A^{-1} a ambos lados

3. $A^{-1}A = AA^{-1} = I$

Teorema 4. Si una matriz tiene inversa, entonces la inversa es única, y se cumple que

$$A^{-1}A = AA^{-1} = I$$

4. $A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \text{adj}(A)$

Corolario 5. Si A es una matriz de $n \times n$ y $\det(A) \neq 0$ se cumple que

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \text{adj}(A)$$

5. $\frac{1}{\det(A)} \text{adj}(A)A = \frac{1}{\det(A)} \text{adj}(A)A^t$

Observación 6. Como el $\det(A)$ es un real entonces los determinantes se cancelan.

6. $\text{adj}(A)A = \text{adj}(A)A^t$

Nota 7. Resultado después de eliminar los determinantes.

7. $\text{adj}(A)A = \text{adj}(A^t)A$

Definición 8. Una matriz $A = [a_{ij}]$ es **simétrica** si

$$A^t = A$$

8. $\text{adj}(A)AA^{-1} = \text{adj}(A^t)AA^{-1}$

Nota 9. A^{-1} , inversa a ambos lados

9. $\text{adj}(A)I = \text{adj}(A^t)I$

Teorema 10. Si una matriz tiene inversa, entonces la inversa es única, y se cumple que

$$A^{-1}A = AA^{-1} = I$$

10. $\text{adj}(A) = \text{adj}(A^t)$

Notación 11. $AI = A$, una matriz A multiplicada por la matriz identidad es igual a la matriz A

□